

# Tentamen Toegepaste Quantumfysica

19 juni 1996, 9-12 uur, zaal 16.116

Vermeld op ieder blad: naam, adres, geboortedatum, jaar van aankomst en studierichting.  
Neem voor ieder vraagstuk een apart vel papier (en nummer de bladzijden).

(Elk sub-onderdeel geldt voor 6 punten)

---

## Opgave 1.

We beschouwen een  $N^{5+}$  ion, d.w.z. een stikstofkern met 2 electronen. Neem aan de dat de electronen zich beide bevinden in de  $n=2, l=0$  toestand ( $2s^2$ ). Wij verwaarlozen in eerste instantie de interactie tussen de electronen, die dus beide de volledige kernlading  $Z=7$  voelen.

- Bereken de totale energie van de twee electronen, als gegeven is dat de energie van een  $1s$  electron in waterstof  $-13.6$  eV bedraagt.
- Hoeveel energie wordt gewonnen als een van de twee electronen naar de  $1s$  toestand overgaat?
- Beschouw nu een zogenaamd LL-Auger proces, waarbij het eerste electron van de  $2s$  naar de  $1s$  toestand gaat en het andere  $2s$  electron het ion verlaat. Hoeveel kinetische energie neemt het tweede electron mee?
- Geef een uitdrukking voor de eigenfunctie behorende bij de  $2s^2$  grondtoestand van het systeem.

We beschouwen nu de interactie tussen de twee electronen.

- Geef een uitdrukking voor de verschuiving van de energie van de grondtoestand ten gevolge van deze interactie, op basis van eerste-orde storingstheorie.

## Opgave 2.

Beschouw een atomair systeem met twee eigentoestanden  $|1\rangle$  en  $|2\rangle$  en bijbehorende energieën  $E_2$  en  $E_1$  ( $E_2 > E_1$ ). Het systeem bevindt zich in een stralingsveld; de elektrische veldsterkte wordt gegeven door  $E_x(t) = E_0 \cos \omega t$ ,  $E_y = E_z = 0$ .

- Geef een uitdrukking voor de tijdafhankelijke storingshamiltoniaan  $\mathcal{H}'(t)$  in de dipoolbenadering.
- Voor een systeem met een groot aantal atomen zullen de energieën  $E_1$  en  $E_2$  een spreiding vertonen. De bijbehorende verdelingsfunctie van overgangsenergieën noemen we  $g(E_2 - E_1)$ . Geef een uitdrukking voor de kans op een overgang van toestand  $|1\rangle$  naar  $|2\rangle$  als functie van de tijd en als functie van de hoekfrequentie  $\omega$ , gebruik makend van eerste-orde tijdsafhankelijke storingsrekening.
- We nemen aan dat de karakteristieke lijnbreedte  $\Gamma$  van de spectrale verdelingsfunctie wordt veroorzaakt door de onderlinge botsingen van de atomen (collision-dominated regime). Beschrijf kwalitatief de relatie tussen de karakteristieke botsingstijd  $\tau_{col}$ , de transversale relaxatietijd  $T_2$  en de lijnbreedte  $\Gamma$ .

### Opgave 3.

De wisselwerking tussen een paramagnetisch ion en een magneetveld  $\mathbf{B}$  wordt gegeven door de volgende hamiltoniaan:

$$\mathcal{H} = (g\beta/\hbar) \mathbf{J} \cdot \mathbf{B} - (g_N\beta_N/\hbar) \mathbf{I} \cdot \mathbf{B} + (A/\hbar^2) \mathbf{J} \cdot \mathbf{I}$$

waarin  $\mathbf{J}$  de operator is behorende bij het totale electron impulsmoment en  $\mathbf{I}$  de operator van de kernspin. We bekijken het geval waarbij de bijbehorende quantumgetallen de volgende waarden hebben:  $J=1/2$  en  $I=1$ . De laatste term is de wisselwerking tussen de electronen en de kernspin, de zogenaamde hyperfijninteractie.

- Welk quantumgetal beschrijft de energieniveaus voor  $\mathbf{B}=0$ ? Geef een uitdrukking voor de energieniveaus en geef aan hoe het zit met de eventuele ontaarding.
- Welke quantumgetallen beschrijven de situatie in de hoge-veld benadering ( $g\beta B \gg A$ )? Geef ook in dit geval een uitdrukking voor de energieniveaus.
- Schets de energieniveaus als functie van  $B$  en geef in beide limieten (geval a. resp. b.) de waarden van de quantumgetallen.
- In de hoge-veld benadering is het effect van de hyperfijninteractie op te vatten als een magneetveld ter plaatse van de kern, het zogenaamde hyperfijnveld  $B_{\text{hf}}$ . Geef een uitdrukking voor  $B_{\text{hf}}$  in termen van de constanten in de hamiltoniaan.

### Opgave 4.

Gegeven is dat een golf functie  $\psi(\mathbf{r})$  een eigenfunctie is van  $L_x$  en  $L_y$ .

- Is dit niet in strijd met de onzekerheidsrelatie voor niet-commuterende operatoren?
- Wat zijn de mogelijke uitkomsten bij meting van  $L_z$ ?
- Toon aan dat  $\psi$  bolsymmetrisch is ( $\psi(\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r})$ ).